

Е.Л.Тарунин
г.ПермьВЛИЯНИЕ ТРЕНИЯ НА
ДВИЖЕНИЕ ИНЕРЦОИДА

Прошло более 20 лет со времени повального увлечения "революционными" идеями инженера-конструктора В.Н.Толчина. Страсти постепенно затихли. Творения рук В.Н.Толчина — инерцоиды не бороздят просторы вселенной, как предсказывали ретивые сторонники талантливого изобретателя, ослепленного безумной идеей. Возврат к этой весьма поучительной истории заблуждений полезен не только с методической точки зрения. Инерцоид представляет для механики яркий пример механизма, который чутко реагирует на зависимость трения от скорости. В работе исследовано движение инерцоидов как механизмов, которое полностью подчинено законам классической механики. Уравнения движения инерцоида, которые затем решались аналитическими и численными методами, были получены стандартным способом с использованием полной кинетической энергии системы ("лагранжиана"). Показаны типичные зависимости характеристик решения от времени на установившихся режимах движения инерцоида. Выяснено влияние различных параметров на среднюю скорость инерцоида.

Инерцоидам посвящена обширная литература — работы самого изобретателя [1-3], хвалебные описания борьбы Толчина против механики Ньютона [4-6], дискуссионные материалы в журналах [7,8,23] и различные статьи [9-14,24]. Представление о полноте мнений дают следующие выдержки.

Вначале три примера в поддержку "идей" Толчина.

более высокой для алгоритма II. Полученные формулы и численные расчеты подтверждают теоретические результаты. Для обоих алгоритмов скорость сходимости последовательных приближений улучшалась с уменьшением значений параметров T и μ . Для $\mu = 0$ точное решение совпадало с решением, полученным по алгоритму Вьеториса II. При $\mu \neq 0$ для одних и тех же значений μ , x , $t \in [0, T]$ уже третьи приближения при $T = 0.01$ и пятые приближения при $T = 0.1$ давали точность $\sim 10^{-3}$ при использовании алгоритма II и точность $\sim 10^{-2}$ при использовании алгоритма I. С увеличением промежутка оптимизации до $T = 1$ точность обоих методов уменьшалась и погрешность составляла, например, при вычислении третьего приближения величину порядка 10^{-1} и 10^0 для алгоритмов II и I соответственно. Таким образом, из аналитических формул и численных расчетов следует, что применение разработанного метода наиболее эффективно на малых временных интервалах оптимизации, в этом случае оба алгоритма легко реализуются и быстро сходятся; причем при решении задач, аналогичных рассматриваемой и содержащих малые параметры, предпочтительнее использовать алгоритм II, обладающий более высокой сходимостью.

Библиографический список

1. Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. М., 1977. 272 с.
2. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. М., 1987. 712 с.
3. Буков В.Н., Красовский А.А. // Операционный алгоритм оптимального управления. Автоматика и телемеханика. 1974. N 10. С. 5-12.
4. Vietoris I. // Über die Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen durch Iteration.III. Monatshefte für Mathematik und Physik. 1939. Bd. 48. S. 19-25.

"На стороне В.Н.Толчина факты, которые невозможно отрицать: его инерциды движутся без силового воздействия с опорой". "Необходимо детальное экспериментальное и теоретическое исследование инерцидов В.Н.Толчина в различных условиях и, возможно, это приведет ... к появлению нового раздела в классической механике" [7]. "Ваши работы (обращение к изобретателю) произведут в ближайшее десятилетие техническую революцию ... Космические устройства с помощью внутренних сил инерцида будут стартовать к планетам" [4].

А вот два примера противоположного мнения.

"Его (В.Н.Толчина) обоснования, опыты и выводы не выдерживают никакой критики" [8]. "Издавать рукопись В.Н.Толчина, как безграмотную и вредную нельзя" (заклчение академии имени Жуковского [7]).

Автор этой статьи с 1968 г. (период наибольшей активности изобретателя в Перми) придерживался мнения, что абсурдность высказывания В.Н.Толчина о том, что инерцид движется вопреки законам ньютоновской механики, очевидна и не составляет предмета дискуссии" [9]. Расчеты [9] впервые были продемонстрированы в декабре 1968 г. в Пермском университете на публичном обсуждении статей журналиста Деринга Г. в центральной газете "Комсомольская правда" (1968.14 дек.) и Пермской газете "Молодая гвардия" (1968.28 июня). Несмотря на четко выраженное негативное отношение ученых Перми к безумным идеям В.Н.Толчина, которое было выражено на этой жаркой дискуссии, В.Н.Толчину удалось вовлечь в дискуссию (безусловно, с помощью журналистов) научные центры столицы. Пиком популярности его идей можно назвать 1977 г., когда состоялась демонстрация инерцидов по центральному телевидению в передаче "Это вы можете".

И хотя страсти вокруг инерцида в целом поутихли, однако, нет-нет да и появляются в печати сенсационные публикации, авторы которых пытаются привлечь внимание общественности к якобы нерешенной проблеме. Например, в 1993 г. в рубрике "Приглашение к сенсации" в журнале "Свет" было опубликовано интервью с кандидатом техн. наук Е.Ларионовым [23], в котором утверждается, что "работа этих машин показывает наше недопонимание законов движения" и что "недалеко то время, когда новые механизмы найдут самое широкое применение, прежде всего в космосе и авиации, где традиционные двигатели имеют нищую эффективность". Грандиозна и цель публикации [23] — "привлечь внимание общественности, повлиять на процесс обуче-

ния в средней и высшей школе". Мне известно, что в ответ на [23] редактору журнала "Свет" было послано письмо профессора Пермского университета Н.Ф.Лебедева [24], в котором он подробно описал историю взаимоотношений изобретателя инерцидов с учеными кафедры механики университета (Н.Ф.Лебедев неоднократно встречался с изобретателем и пытался убедить его в ошибочности точки зрения) и приводил довольно простые соображения, объясняющие своеобразное движение инерцидов.

Цель данной статьи — показать еще раз (как это было сделано в [9]), что движение инерцида правильно описывается законами классической механики. При этом выполнена корректировка некоторой части предыдущих расчетов и численно исследована усовершенствованная математическая модель инерцида. Новая модель состоит из двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка для координаты корпуса инерцида и угла, определяющего положение рычагов с грузиками. Инерциды заслуживают определенного внимания как устройства, движение которых чутко реагирует на зависимость трения от скорости. Расчеты уравнений движений инерцида с методической точки зрения могут служить полезными лабораторными работами студентов естественнонаучных факультетов.

Закончить вводную часть я хочу ответом инженеру из Кустаная Е.С.Сметанникову на вопросы, которые прозвучали в его статье 1983 г. "Достижения В.Н.Толчина, автора книги "Инерцид", в борьбе против современной механики и средства, применявшиеся им в этой борьбе (к проблеме объективной оценки достижений)". Инженер Е.С.Сметанников приезжал в Пермь и показывал упомянутую выше статью авторам работы [9]. Статья Е.С.Сметанникова (ее объем 91 страниц машинописного текста) в то время не принималась к печати (дальнейшая судьба этой пространной статьи неизвестна). Письменно еще в 1981 г., а затем и при личной встрече ему было сказано, что мы согласны с его главным мнением о возможности описания движения инерцида согласно принципам классической механики, но не намерены вовлекаться в дискуссию по не принципиальным деталям. Этот запоздалый ответ обусловлен нехваткой времени, с одной стороны, и довольно прохладным отношением к обсуждаемой проблеме — с другой.

Стиль статьи Е.С.Сметанникова не принят в научных статьях. Вот несколько примеров, характеризующих этот стиль и отчасти объясняющих нежелание редакторов журналов публиковать его статью.

Изобретателя инерцоидов Е.С.Сметанников называет "выдающимся шарлатаном". Подобные эпитеты использовались им в отношении как сторонников, так и противников идей Толчина. Он заявляет, что журналистам, поддерживающим деятельность Толчина, присуще "невежество в школьной механике и тенденциозное освещение действительности". Расчетную работу [11] он называет "антинаучной и годной лишь на то, чтобы устраивать соревнования учащихся — кто больше обнаружит ошибочных и вздорных утверждений". Интересно отметить при этом, что Е.С.Сметанников признается в том, что он сам не совсем разобрался в охальной им работе [11].

Досталось от Е.С.Сметанникова и авторам работы [9] после предварительного заявления, что "ученые записки [9] сыграли положительную роль" и что "ученые Пермского университета сделали только тот минимум, который часто бывает достаточным в схватке с равным, но компетентным противником". Критиковались неудачные обозначения и выбор единиц обезразмеривания, неполнота данных, нечеткость определений и формулировок, применение ЭВМ вместо логарифмической линейки и т.д. (всего более десятка подобных замечаний).

Если отсеять все несущественное, позитивное содержание статьи Е.С.Сметанникова можно свести к четырем утверждениям. Первое утверждение состоит в том, что нет никаких оснований для пересмотра законов классической механики. Второе утверждение касается так названного Е.С.Сметанниковым "эффекта Толчина". При малом трении время выхода инерцоида на установившийся периодический режим велико, и В.Н.Толчин якобы пользовался этим обстоятельством при демонстрации опытов, придавая инерцоидам начальный импульс. Третье утверждение (как и первое) совершенно бесспорно — могут быть изготовлены инерцоиды более простой конструкции. Один из вариантов предложен самим Е.С.Сметанниковым [15]. И последнее утверждение касается погрешности результатов расчета [9] при малых значениях (кулоновского) сухого трения. Эти результаты действительно требуют корректировки, которая никоим образом не меняет утверждений, изложенных в статье. Тем не менее я благодарен Е.С.Сметанникову за указанный пробел еще в письмах 1981 г. Во время встречи с Е.С.Сметанниковым в Перми (1983 г.) я сказал, что

согласен с его замечанием (соответствующие уточнения уже были сделаны), но нет времени и особого желания заниматься этой проблемой. Упомянутая корректировка расчетов содержится и обсуждается во втором пункте этой статьи.

1. Сведения об инерцоидах [3]. Опишем кратко основные характеристики инерцоидов и укажем параметры, которые могут быть использованы при расчетах. Инерцоид обычно располагался на тележке, опирающейся на 4 колесика. На тележке располагался и электродвигатель (в первых конструкциях пружинный механизм). Электродвигатель вращает вертикальный вал, на котором синхронно, но в различных направлениях вращаются в горизонтальных плоскостях два рычага с грузиками на концах (один рычаг вращается по часовой стрелке, а другой — против). Двигатель включался периодически для разгона грузиков в основном в поперечном направлении по отношению к оси инерцоида (рис.1).

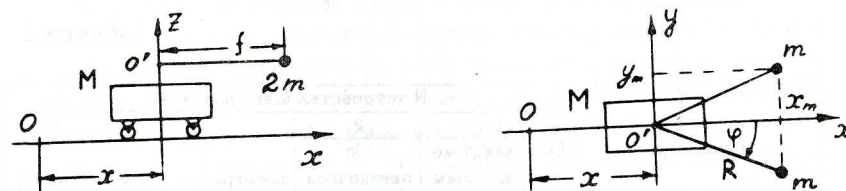


Рис.1. Схематичное изображение инерцоида сбоку (а) и сверху (б)

Плоскости вращения грузиков были немного разнесены по высоте. Радиусы грузиков могут быть различными (по фото однотактного инерцоида с электроприводом различие в радиусах составляет около 20%). В математической модели отражены только две основные части инерцоида — корпус тележки и два рычага, расположенные симметрично относительно оси движения и оси инерцоида. В [3] отмечено, что "особое внимание необходимо уделять тормозному механизму, именно он регулирует верный режим работы инерцоида". Безусловно, это так (у Толчина В.Н. тонкое чутье механика-изобретателя), но, к сожалению, описание тормозного механизма [3] сводится лишь к формальной стороне (размеры, материал, способ крепления) без указания функциональных параметров. Сектора ускорения и замедления

(торможения) грузиков были таковы:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = 160^\circ \leq \varphi < \varphi_2 = 180^\circ & \text{— сектор торможения,} \\ \varphi_3 = 330^\circ \leq \varphi < \varphi_4 = 360^\circ & \text{— сектор ускорения.} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Эти сектора указаны в предположении, что угол φ (см. рис.1,б) отсчитывается от оси x и значение $\varphi = 0$ соответствует нахождению грузиков впереди корпуса. Отметим, что указанное значение сектора торможения $\Delta\varphi_2 = 20^\circ$ находится в противоречии с углом тормозного кулачка (рис.26 [3]), равным 35° .

Из математической модели будет видно, что важной характеристикой устройства является безразмерная величина, равная отношению массы грузиков к полной массе

$$\gamma = \frac{2m}{M_0}.$$

По данным табл.1 эта величина изменялась от 0.274 до 0.46.

Таблица 1

Параметры	N устройства и его название			
	1 Однотактный с пружинным автомом	2 Со звездочкой	3 С электроприводом	4 Мощный
Масса инерциода M_0 , г	950	900	2600	5600
Масса грузика m , г	130	150	600	1000
Радиус грузиков, см	6	15	20	30
Ход вперед S_+ , см	9	—	18	45
Ход назад S_- , см	3	—	2	2
Путь за такт $S = S_+ - S_-$, см	6	16	16	43 (65)
Трение покоя $F_{тп}$, г	25	5	22	29
Трение качения $F_{тк}$, г	< 6	—	< 6	10
Сила в импульсе, г	80	450	2300	15000

Другой важной характеристикой устройства является масштаб длины

$$S_0 = 2\gamma R. \quad (1.3)$$

Эта величина определяет амплитуду колебаний механического вибратора при отсутствии трения. По данным [3], эта величина меньше хода вперед S_+ в 2-2.7 раза.

Период обращения грузиков изменялся в довольно широких пределах — от 0.2 + 0.3 до 1-2 с (табличные данные по каждому типу устройства отсутствуют).

К сожалению, не описана методика измерения сил трения, указанных в табл.1, а также максимальных тяговых усилий. Неполнота данных не позволяет выбрать какой-либо один вариант в качестве опорного. Поэтому расчеты были выполнены без четкой привязки к какому-либо одному варианту, но так, чтобы основные измеряемые параметры (γ , R и период) попадали в интервалы, указанные в [3].

Заканчивая обсуждение параметров инерциодов, приведем описание одного из экспериментов В.Н.Толчина и вывод, который при этом был сделан. В эксперименте [3, с.57] изменялась величина трения в колесах от 25 до 60 г. Такое увеличение трения снизило среднюю скорость инерциода в 4-4.5 раза. На основании этого факта делается первый правильный вывод — "чем меньше величина сопротивления, тем эффективнее процесс инерциода". И далее следует фантастическая экстраполяция — "следовательно, в условиях вакуума и невесомости нужно ожидать от инерциода наибольшей эффективности". Не нужно быть ученым, чтобы понять неправомоность таких экстраполяций. Еще Марк Твен высмеивал журналистов, которые по факту, например, того что Миссисипи увеличивает свою длину ежегодно, вычисляют год, когда ее длина была отрицательной.

2. Дополнение к расчетам [9]. На рис.1,а дана схема инерциода в вертикальной плоскости. Здесь f — проекция рычагов грузиков радиуса R на ось движения

$$f = R \cdot \cos \varphi. \quad (2.1)$$

Эта кинематическая связь накладывает связи и на соответствующие скорости и ускорения

$$\dot{f} = R \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}, \quad \ddot{f} = R \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + R \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}. \quad (2.2)$$

Координата центра масс системы, состоящей из корпуса массы M и грузовиков массой $2m$, определяется по формуле

$$x_c = \frac{Mx + 2m(x + f)}{M_0}, \quad M_0 = M + 2m. \quad (2.3)$$

В силу симметрии расположения грузовиков относительно оси x и отсутствия начальной скорости ($\dot{y} = 0$) центр масс по координате y , перпендикулярной оси x , не меняется.

Согласно второму закону Ньютона ускорение системы определяется величиной внешней силы сопротивления F :

$$M_0 \cdot \ddot{x}_c = -F. \quad (2.4)$$

Связь (2.3) позволяет написать с учетом (2.4) дифференциальное уравнение для скорости корпуса тележки ($v = \dot{x}$)

$$\dot{v} = -f_{тр} - \gamma \dot{f}, \quad f_{тр} = F/M_0, \quad \gamma = \frac{2m}{M + 2m} = \frac{2m}{M_0}. \quad (2.5)$$

В [9] предполагалось, что можно задать функцию $f(t)$ и при выбранном законе сопротивления решить дифференциальное уравнение (2.4) о движении корпуса инерциода. Формально в качестве $f(t)$ можно выбрать любую циклическую функцию. Однако следует помнить, что выбор функции $f(t)$ существенно определяет близость модели к реальному устройству.

Более обоснован вариант, связанный с нахождением зависимости угла φ от времени $\varphi(t)$ из решения системы соответствующих дифференциальных уравнений и определения $f(t)$ по формуле (2.1). Это вариант расчета изложен в п.3; в нем функция $f(t)$ в расчетах не используется, но может быть определена по связи (2.1).

В [9] функция $f(t)$ аппроксимировалась отрезками двух тригонометрических функций:

$$f(t) = \begin{cases} a \cos\left(\frac{\pi t}{\tau}\right), & 0 < t < \tau \\ -a \cos\left(\frac{\pi(t-\tau)}{T-\tau}\right), & \tau < t < T. \end{cases} \quad (2.6)$$

Из соотношений (2.2) следует, что такая аппроксимация соответствует постоянным значениям угловой скорости $\omega = \dot{\varphi}$ на двух интервалах по углу:

$$\omega = \begin{cases} \omega_1 = \frac{\pi}{\tau} \sqrt{a/R}, & 0 < \varphi < \pi \\ \omega_0 = \left(\frac{\pi}{T-\tau}\right) \sqrt{a/R}, & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$

Неравномерность движения $f(t)$ определяет отношение полупериодов движения грузовиков или соответствующих угловых скоростей

$$\xi = \left(\frac{T-\tau}{\tau}\right) = \frac{\omega_1}{\omega_0}. \quad (2.7)$$

Скачок угловой скорости происходит при $\varphi = 0$ и π .

Для описания силы сопротивления использовались две модели — сухое кулоновское трение

$$F_1(v) = F_0 \cdot \text{sign}(v) \quad (2.8)$$

и вязкое нелинейное сопротивление

$$F_2(v) = \alpha v + \beta v|v|, \quad \beta > 0. \quad (2.9)$$

Оба варианта являются примером нелинейного закона трения. Вариант (2.9) более благоприятен для счета на ЭВМ (вариант с кулоновским трением требует учета ступенчатого характера функции). В случае $F(v) = F_1(v) + F_2(v)$ получается трехпараметрическая формула, позволяющая при $\alpha < 0$ описывать реальный участок уменьшения трения ("отрицательное" трение [22]) при малых скоростях. Такая трехпараметрическая модель с $\alpha < 0$ успешно используется в механике, например, для описания автоколебаний маятника Фруда-Жуковского. В общем же случае зависимости $F(v)$ согласно [21] изучены "недостаточно не только теоретически, но и экспериментально".

Аналитически показывается, что в случае линейного закона сопротивления (в модели (2.9) это соответствует параметру $\beta = 0$) при любом способе описания циклического движения грузовиков $f(t)$ средняя скорость установившегося движения инерциода за период равна нулю. Вторым условием поступательного движения инерциода является различие в фазах движения грузовиков назад ($0 < \varphi \leq \pi$) и вперед ($\pi < \varphi \leq 2\pi$). Вариант с $\tau = T/2$ (см. (2.6)) соответствует обычному вибратору, совершающему гармонические колебания (см. п.3).

Вязкое трение (2.9) приводит к тому, что поступательное движение инерциода за полный период происходит в одну сторону при значениях параметров $\alpha, \beta > 0$. Направление движения соответствует тем силам, которые возникают при медленном движении грузовиков (2-я фаза, $\pi < \varphi < 2\pi$).

В случае сухого трения инерциод чаще всего движется в обратном направлении. Наиболее полные расчеты в [9] были выполнены для модели сухого трения (2.8) при различных значениях F_0 и фиксированных

параметрах функции $f(t)$

$$\tau = 0.5 \text{ с}, \quad T = 1.5 \text{ с}, \quad a = 1/\gamma. \quad (2.10)$$

Для этих параметров была получена зависимость средней скорости установившегося движения

$$\bar{v} = S/T, \quad (2.11)$$

где S — продвижение за период, в зависимости от $f_0 = F_0/M_0$. Расчет при фиксированном f_0 начинался из состояния покоя $v(0)$ и продолжался в течение заданного числа шагов ($n \leq 10$). Выход на установившийся периодический режим происходил за малое число шагов при $f_0 > 5$. С уменьшением f_0 число периодов n до установления пропорционально $1/f_0$. Эта особенность не была учтена в достаточной степени при $f_0 < 5$. Скорректированная зависимость $\bar{v}(f_0)$ показана на рис.2. Коррекция коснулась интервала $f_0 < 5$ (значения по [9] показаны пунктирной линией). Как видно, средняя скорость не стремится к нулю при $f_0 \rightarrow 0$. Важно отметить, что при $f_0 = 0$ существует бесчисленное множество решений с любой средней скоростью, которая определяется начальным состоянием.

Коснемся вопросов точного решения уравнения (2.4) в случае сухого трения. При выбранной функции $f(t)$ согласно (2.6) дифференциальное уравнение может быть записано в виде

$$\frac{dv}{d\varphi} = \omega \cdot \cos \varphi - f_0 \cdot \text{sign}(v)/\omega \quad (2.12)$$

с кусочно-постоянной угловой скоростью

$$\omega = \begin{cases} \omega_1 = 2\pi \text{ при } 0 < \varphi < \pi \\ \omega_0 = \pi \text{ при } \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases} \quad (2.13)$$

Уравнение (2.12) имеет аналитическое решение, справедливое до момента смены ω , остановки ($v = 0$) или смены знака скорости v . В момент остановки требуется проверка условия возникновения движения

$$|\omega^2 \cdot \cos \varphi| > f_0. \quad (2.14)$$

При $v = 0$ и не выполнении (2.14) корпус инерционда неподвижен $v(t) = 0$. Построенное решение, состоящее из кусочков аналитических функций, должно удовлетворять условию периодичности $v(t) = v(t + T)$.

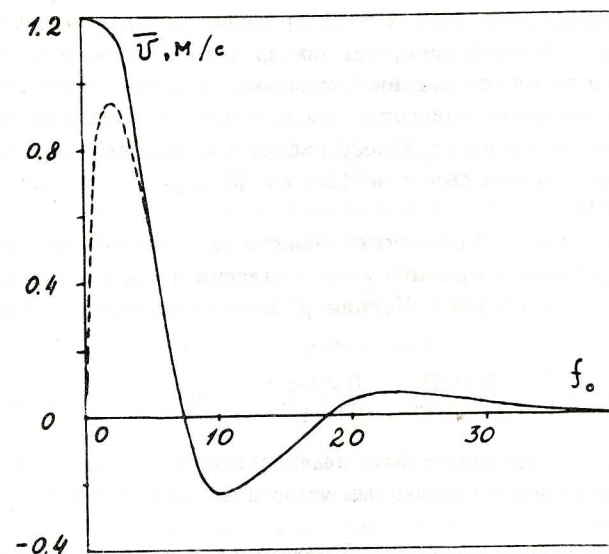


Рис.2 Зависимость средней скорости от величины трения (модель работы [9])

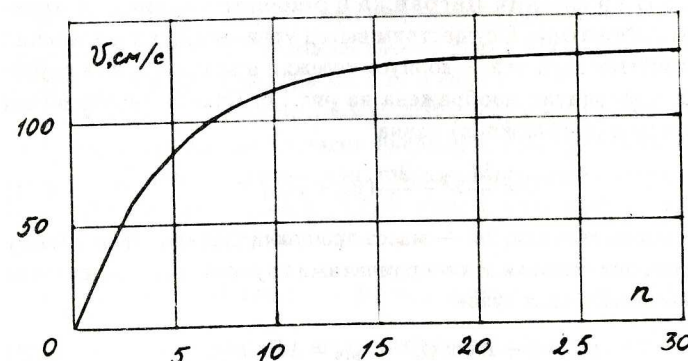


Рис.3 Зависимость скорости в конце периода от номера периода (модель работы [9])

В тех случаях, когда $v(T) = 0$, построенное решение является искомым. Если $v(T) \neq v(0)$ требуется повторение расчетов до выполнения условия цикличности с заданной степенью точности. При малых значениях f_0 требуется выполнить большое число периодов до выполнения условия цикличности. Иллюстрацией к сказанному служит рис.3, на котором показана скорость $v(2\pi)$ как функция номера цикла n при $f_0 = 0.5$.

Особенно просто решается уравнение (2.5) в случае функции $f(t)$, заданной в форме полиномов второй степени, когда вторые производные кусочно постоянны. Например, легко анализируется вариант с функцией

$$f(t) = a \begin{cases} 1 - 2(t/\tau)^2, & 0 < t < \tau \\ 2((t - \tau)/(T - \tau))^2 - 1, & \tau < t < T. \end{cases} \quad (2.15)$$

Такая функция может быть реализована движением грузов вдоль корпуса инерцоида с постоянным ускорением $-4a/\tau^2$ и $4a/(T - \tau)^2$ соответственно.

Эффективность инерцоида, естественно, повышается, если увеличить величину сопротивления при отрицательной скорости. Практически реализовать этот вариант можно, меняя нормальное давление инерцоида на поверхность с помощью вращения грузов в вертикальной плоскости или наклона плоскость вращения грузиков (см.л.3).

3. Вывод уравнений Лагранжа и решение уравнений механического вибратора. Осуществим вывод уравнений, определяющих движение системы двух тел — корпуса тележки и вращающихся грузиков. Система координат изображена на рис.1,б. Полная кинетическая энергия системы (лагранжиан) равна

$$L = \frac{M}{2} \dot{x}^2 + \frac{2m}{2} (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2); \quad (3.1)$$

здесь M — масса тележки, $2m$ — масса вращающихся грузиков. Между координатами оси тележки x и координатами грузиков x_m и y_m имеется жесткая кинематическая связь

$$x_m = x + R \cos \varphi, \quad y_m = \pm R \sin \varphi. \quad (3.2)$$

Дифференцирование уравнения (3.2) по времени и подстановка в (3.1) дает для кинетической энергии выражение

$$L = \frac{M_0}{2} \cdot v^2 + m(R^2 \omega^2 - 2R \cdot v \cdot \omega \cdot \sin \varphi). \quad (3.3)$$

Здесь $M_0 = M + 2m$ — полная масса инерцоида, $v = \dot{x}$ — скорость тележки, $\omega = \dot{\varphi}$ — угловая скорость рычагов радиуса R .

Уравнения Лагранжа, определяющие динамику системы, имеют вид [16]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \Psi_i \quad (3.4)$$

в котором q_i — обобщенные координаты, а Ψ_i — обобщенные силы. В нашем случае для двух обобщенных координат ($i = 1, 2$)

$$q_1 = x, \quad q_2 = \varphi \quad (3.5)$$

уравнения Лагранжа (3.4) приобретают вид

$$\ddot{x} = \gamma R (\cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}^2 + \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}) + \Psi_x / M_0 \quad (3.6)$$

$$\ddot{\varphi} = \sin \varphi \cdot \ddot{x} / R + \Psi_\varphi / I. \quad (3.7)$$

Здесь $\Psi_x(v)$ — сила сопротивления движению корпуса тележки (внешняя сила), Ψ_φ — момент сил, вращающих грузики, $\gamma = 2m/M_0$, $I = 2mR^2$ — момент инерции грузиков.

Из формулы для координат центра масс x_c (2.3) в связях (2.2) вытекают соотношения:

$$\dot{x}_c = \dot{x} - \gamma R \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}, \quad \ddot{x}_c = \ddot{x} - \gamma R (\cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}^2 + \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}). \quad (3.8)$$

Отсюда и из (3.6) следует, что при отсутствии внешней силы ($\Psi_x = 0$) ускорение центра масс тождественно равно нулю, или, что то же, — скорость движения центра масс $\dot{x}_c = \text{const}$.

Аналогичным образом могут быть получены уравнения движения инерцоида для случая рычагов инерцоида при вращении их в плоскости, наклонной к горизонту. Покажем основные этапы такого вывода. Вместо двух связей (3.2) в этом случае следует использовать три кинематические связи

$$x_m = x + R \cdot \cos \beta \cdot \cos \varphi, \quad y_m = R \cdot \sin \varphi, \quad z_m = -R \cdot \sin \beta \cdot \cos \varphi.$$

Здесь β — угол наклона вилки плоскости вращения по отношению к горизонту. Лагранжиан системы имеет вид с дополнительными слагаемыми

$$L = M \dot{x}^2 + m(\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2) + 2mgz_m.$$

Уравнения движения будут содержать множитель $\cos \beta$ в трех членах:

$$\ddot{x} = \gamma R \cos \beta (\cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi} + \ddot{\Psi}_x / M_0), \quad (3.6')$$

$$\ddot{\varphi} = \cos \beta \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x} / R + \ddot{\Psi}_\varphi / I. \quad (3.7')$$

Кроме того, изменение касается также силы сопротивления сухому трению, так как реакция опоры N меняется со временем

$$N = M_0 g + 2m \ddot{x}_m = M_0 (g + \gamma \ddot{x}_m).$$

Измененная величина силы кулоновского трения $\ddot{\Psi}_x$ равна прежнему значению $\ddot{\Psi}_x$, умноженному на множитель

$$\delta = 1 + \frac{\gamma R \cdot \sin \beta}{g} (\cos \varphi \cdot \omega^2 + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}).$$

Для того чтобы движение было безотрывным ($\delta > 0$), требуется выполнить условие

$$\max \omega < \sqrt{g / \gamma R \sin \beta}.$$

Найдем решение системы уравнений (3.6)–(3.7) при отсутствии сил ($\ddot{\Psi}_x = 0$, $\ddot{\Psi}_\varphi = 0$). Рассматриваемая ситуация соответствует случаю механического вибратора. Исключение $\ddot{x}$ дает уравнение

$$\ddot{\varphi} = \frac{\gamma \sin \varphi \cos \varphi}{1 - \gamma \sin^2 \varphi} \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (3.9)$$

Замена $\omega = \dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi} = \omega(d\omega/d\varphi)$ позволяет получить уравнение

$$\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{\gamma \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{1 - \gamma \sin^2 \varphi} \cdot \omega,$$

решением которого является функция

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 - \gamma \sin^2 \varphi}, \quad \omega(0) = \omega_0 - \text{const}. \quad (3.10)$$

Для скорости корпуса тележки получаем формулу

$$v = v_0 + \gamma R \cdot \sin \varphi \cdot \omega, \quad (3.11)$$

которая содержит уже две константы — v_0 и ω_0 .

Легко показать, что полная кинетическая энергия системы для решений (3.10), (3.11) есть величина постоянная и равная

$$E(\varphi) = E_0 = \frac{M_0}{2} v_0^2 + \frac{I}{2} \omega_0^2. \quad (3.12)$$

Сохраняется при этом и полный внутренний импульс системы

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = M_0 v - 2m R \sin \varphi \cdot \omega = M_0 v_0. \quad (3.13)$$

Любопытно отметить, что в работе [17, с. 159–164] также анализировалось решение для механического вибратора и правильно были выписаны дифференциальные уравнения и соотношения для импульса и энергии. Однако при этом сделан совершенно фантастический вывод — "отсюда видно, что импульс системы может быть изменен путем изменения внутреннего вращательного импульса системы или внутреннего поступательного импульса системы". Ником образом! Упомянутые слагаемые в импульсе есть, но их сумма равна const. Видимо, такой же "вывод" был сделан в предыдущей работе [18], на которую имеется ссылка в [17].

Продолжим анализ решений механического вибратора. Из уравнения для угловой скорости (3.10) с помощью неполного эллиптического интеграла [19] найдется связь времени со значением угла φ

$$t = \frac{E(\gamma, \varphi)}{\omega_0}, \quad E(\gamma, \varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1 - \gamma \sin^2 \varphi} \, d\varphi. \quad (3.14)$$

Угловая скорость (3.10) имеет период, равный $\pi/2$. Полный период вибратора T выражается через полный эллиптический интеграл 2-го рода [19]

$$T = \frac{4}{\omega_0} E(\gamma, \pi/2), \quad E(\gamma, \pi/2) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \gamma \sin^2 \varphi} \, d\varphi. \quad (3.15)$$

При малых значениях γ ($\gamma < 1/2$) для вычисления E может быть использовано разложение [20]

$$E(\gamma, \pi/2) \approx \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{4} - \frac{3\gamma^2}{64} \right),$$

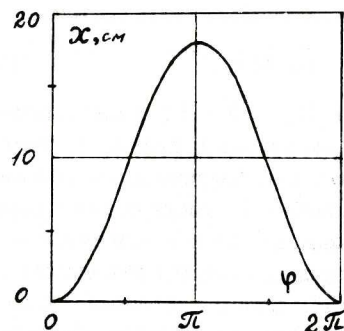
а при γ , близких к 1 ($\tilde{\gamma} = \sqrt{1 - \gamma}$, $\gamma > 0.7$),

$$E(\gamma, \pi/2) \approx 1 + \frac{1}{2} \left[\ln(4/\tilde{\gamma}) - \frac{1}{2} \right] \cdot \tilde{\gamma}^2.$$

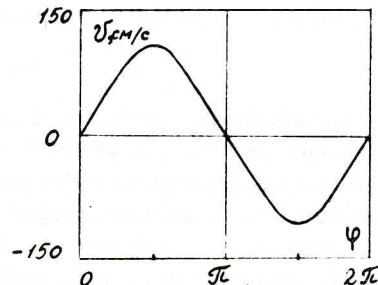
Для координаты корпуса из (3.11) легко получается явное выражение

$$x = v_0 \cdot t + 2\gamma R \sin^2(\varphi/2), \quad (3.16)$$

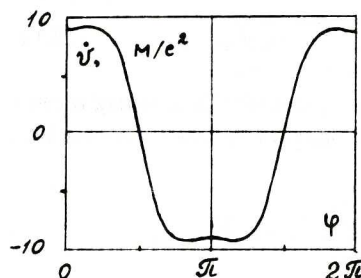
из которого следует, что амплитуда колебаний вибратора равна $2\gamma R$ и не зависит от частоты ω_0 .



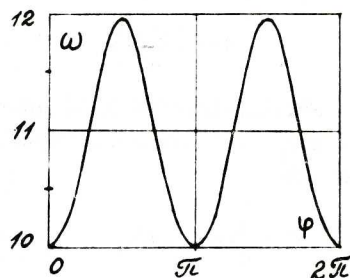
a



б



в



г

Рис.4 Характеристики движения механического вибратора

Периодические зависимости $\dot{v}(\varphi)$, $v(\varphi)$, $\omega(\varphi)$, $x(\varphi)$ приведены на рис.4 для случая $\gamma = 0.3$, $v_0 = 0$, $\omega_0 = 10$, $0 \leq \varphi \leq 360^\circ$.

4. Решение уравнений Лагранжа.

Для удобства реализации пошагового интегрирования системы (3.6)–(3.7) с помощью замены $\omega = d\varphi/dt$ был осуществлен переход от производных по времени к производным по углу:

$$\frac{dv}{d\varphi} = \frac{\gamma R [\cos \varphi \cdot \omega^2 + \sin \varphi \cdot f_2(\varphi)] + f_1(v)}{(1 - \gamma \cdot \sin^2 \varphi) \cdot \omega}; \quad (4.1)$$

$$\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{\sin \varphi}{R} \left(\frac{dv}{d\varphi} \right) + f_2(\varphi)/\omega. \quad (4.2)$$

Порядок счета соответствовал записи уравнений. Из первого уравнения исключено ускорение угловой скорости. Возможно аналогичное исключение ускорения корпуса инертоида из второго уравнения. Это не сделано сознательно — при счете уравнения (4.2) ускорение уже известно и вычисление нового значения $\omega^{(n+1)}$ (n — номер шага по времени) не вызывает затруднений.

Перейдем к описанию заданных функций в (4.1), (4.2). Функция $f_1(v)$, определяющая силу сопротивления, равна

$$f_1(v) = \Psi_x / M_0.$$

В случае кулоновского трения величина Ψ_x пропорциональна весу тела и коэффициенту трения μ :

$$\Psi_x = -g\mu M_0 \text{sign}(v). \quad (4.3)$$

Следовательно,

$$f_1(v) = -g\mu \text{sign}(v) \equiv -c_1 \cdot \text{sign}(v). \quad (4.4)$$

По данным [3] $\mu = (0.8 \div 2.5) \cdot 10^{-3}$; согласно справочникам, значение этой величины на 1–2 порядка выше. Отсюда следует, что возможные значения коэффициента c_1 находятся в интервале $0.01 \div 2.5$.

Функция $f_2(\varphi)$ определяет момент сил, вращающий грузики:

$$f_2(\varphi) = \Psi_\varphi / I, \quad I = 2mR^2.$$

Функция $f_2(\varphi)$ не равна нулю на двух участках: на участке торможения от φ_1 до φ_2 и на участке ускорения рычагов от φ_3 до φ_4 (см. (1.1)).

На участке ускорения рычагов с грузами

$$f_2(\varphi) = c_2 - \text{const}, \quad \varphi_3 \leq \varphi \leq \varphi_4. \quad (4.5)$$

Значение c_2 изменялось в расчетах от 20 до 65.

На участке торможения использовались две модели — модель с постоянным тормозящим моментом и модель с трением. В модели с постоянным тормозящим моментом (первая модель)

$$f_2(\varphi) = -c_3, \quad \varphi_1 < \varphi < \varphi_2, \quad (4.6)$$

а в модели с трением (вторая модель)

$$f_2(\varphi) = -c_3 \cdot \omega, \quad \varphi_1 < \varphi < \varphi_2, \quad (4.7)$$

Часть расчетов была выполнена для значений φ_1 и φ_2 , указанных в [3], хотя вычислительные эксперименты показали, что эти значения далеки от оптимальных.

Уравнения (4.1), (4.2) определяют ускорение линейной скорости в м/с, а угловой — в рад/с; размерности величин c_1, c_2, c_3, c_4 (см. (4.4)–(4.7), (4.17) определены из указанных связей с соответствующими силами и моментом сил.

Перейдем к обсуждению результатов, полученных для первой модели с постоянным тормозящим моментом (4.6). В этой модели очень просто осуществляется контроль установившегося движения по выполнению интегрального закона сохранения энергии на одном периоде. На этапе разгона грузиков система получает прирост кинетической энергии, пропорциональный величине

$$\Delta E_1 \equiv 0.5I(\omega_1^2 - \omega_0^2)/M_0 = \gamma \cdot R^2 \cdot c_2(\varphi_4 - \varphi_3). \quad (4.8)$$

Аналогично на этапе торможения грузиков система теряет кинетическую энергию, пропорциональную величине

$$\Delta E_2 = \gamma R^2 c_3(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (4.9)$$

В установившемся режиме движения инерцоида разница $\Delta E_1 - \Delta E_2$ идет на работу по преодолению силы трения (величины в (4.8)–(4.10) отнесены к полной массе M_0):

$$A = c_1 \cdot S, \quad S = x_+ - x_-. \quad (4.10)$$

В этой формуле S — полный путь движения инерцоида за период, состоящий из двух частей: движения вперед x_+ и движения назад (отрицательная величина) x_- . На установившемся режиме величина

$$de \equiv (\Delta E_1 - \Delta E_2 - A)/E, \quad E = 0.5(v^2 + \gamma \cdot R^2 \cdot \omega^2), \quad (4.11)$$

характеризующая степень выполнимости интегрального закона сохранения энергии, выполнялась с точностью $\approx 0.01\%$ и менее. Скорости v и ω в выражении для E вычислялись при угле φ , кратном 2π . Считалось, что периодический режим найден, если сумма модулей относительных изменений линейной скорости v , угловой скорости ω , энергии E , периода T и пути X за последний период меньше величины ϵ ($\epsilon \leq 0.001$)

$$|(\tilde{v} - v)/\tilde{v}| + |(\tilde{\omega} - \omega)/\omega| + |(\tilde{E} - E)/E| + |(\tilde{\tau} - \tau)/\tau| + |(\tilde{x} - x)/x| < \epsilon. \quad (4.12)$$

Заметим, что при режимах движения, для которых $v \approx 0$, $x \approx 0$, соответствующие величины из суммы относительных изменений в (4.12) лучше убирать. В противном случае время счета резко увеличивается.

Вычисления выполнялись по схеме Эйлера со вторым порядком погрешности аппроксимации $O(\Delta\varphi^2)$ на гладких решениях (в случае остановок погрешность схемы имела первый порядок). При остановках (или смене знака скорости) всегда проверялось условие возникновения движения (2.14). Кроме того, при смене скорости выполнялось уточнение счета. Для этого по линейной интерполяции зависимости $v(\varphi)$ определялся момент остановки $\varphi_c = \varphi + \rho \cdot \Delta\varphi$ ($\rho < 1$) и пересчет осуществлялся в два приема — для интервала до остановки ($\varphi \leq \varphi_c$) и после остановки ($\varphi_c < \varphi \leq \varphi + \Delta\varphi$). Путь, пройденный за один шаг по углу, вычислялся по формулам

$$\bar{\omega} = (\omega + \tilde{\omega})/2, \quad \Delta t = \Delta\varphi/\bar{\omega}, \quad \Delta x = \Delta t \cdot (v + \tilde{v})/2. \quad (4.13)$$

Как уже отмечалось, при смене знака скорости аналогичные формулы использовались дважды. В написанных формулах знак $\tilde{x}$ означает принадлежность соответствующего значения к верхнему слою при организации шагов по углу.

В начале для настройки был опробован вариант с точным решением для механического вибратора. Характеристики этого решения имели погрешность менее 0.1% при шаге по углу $\Delta\varphi \approx 2^\circ$. Основные расчеты выполнялись с шагом $\Delta\varphi \leq 0.125^\circ$, что позволяло получать характеристики решения с погрешностью менее 0.01% .

Серии вычислительных экспериментов начались для параметров (значения φ_j соответствовали (1.1)

$$\gamma = 0.3, \quad r = 0.3, \quad c_1 = 2.0, \quad c_2 = 20 \quad (4.14)$$

и различных значений c_3 для поиска приемлемого значения тормозящего момента. Было найдено, что максимум средней скорости $\bar{v} \approx 2.01$ см/с достигается при $c_3 = 19$ (дальнейший счет и велся с этим фиксированным значением).

Значение скоростей, получаемые при $c_2 = 20$, меньше тех, которые соответствуют инерцоидам. Это обстоятельство не должно смущать читателя. Нас интересуют принципиальные вопросы модели, которые могут быть рассмотрены при любых параметрах. Заметим также, что увеличение c_2 до 65 во второй модели, естественно, увеличило скорости инерцоида до параметров, близких к реальным.

В следующей серии экспериментов менялись положения секторов ускорения и торможения. Положение сектора ускорения оказалось близко к оптимальному. Оптимальное значение начала сектора торможения φ_1 оказалось близко к 90° ($\varphi_1 \approx 89.5 \pm 0.5^\circ$). При этом значении φ_1 $\bar{v} \approx 4.27$ см/с; в случае значения $\varphi_1 = 160^\circ$, использованного В.Н. Толчиным, значение средней скорости $\bar{v} \approx 2.01$ см/с. С учетом этого обстоятельства дальнейшие расчеты (первый вариант) велись при

$$\varphi_1 = 90^\circ, \quad \gamma = 0.3, \quad r = 0.3, \quad c_2 = 20, \quad c_3 = 19 \quad (4.15)$$

и различных значениях величины трения c_1 .

На рис.5 сплошной линией представлена зависимость средней скорости установившегося движения инерциода $\bar{v}$ от величины трения. Как видно, обычно уменьшение трения приводит к увеличению скорости. Однако, существует небольшой интервал $c_1 \approx 0.4 \div 1.1$, в котором скорость уменьшается при уменьшении трения. Локальный максимум $\bar{v} \approx 5.27$ см/с соответствует $c_1 \approx 1.08$; локальный минимум $\bar{v} \approx 3.25$ см/с достигается при $c_1 \approx 0.04$. При малых значениях трения ($c_1 < 0.1$) первая модель не дает установившегося решения — за каждый такт увеличивается скорость вращения грузиков. Это обстоятельство явно говорит о неадекватности первой модели с реальным устройством. В

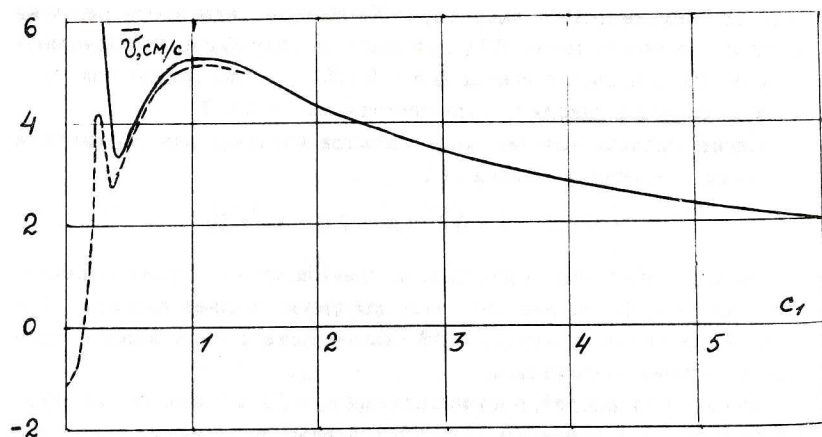


Рис.5. Зависимость средней скорости установившегося периодического движения инерциода от величины трения для параметров (4.15) по первой модели

этой модели в каждом периоде имеется добавка к энергии вращательного движения, равная

$$\Delta E = \gamma R^2 \cdot (c_2(\varphi_4 - \varphi_3) - c_3(\varphi_2 - \varphi_1)). \quad (4.16)$$

Если затраты на трение меньше, чем ΔE , угловая скорость вращения грузиков будет неизбежно нарастать. Из дифференциального уравнения видно (вычислительный эксперимент подтверждает это), что при малом внешнем трении $d\omega/d\varphi \sim 1/\omega$.

Этих недостатков лишена вторая модель, в ней независимо от внешнего трения всегда возможен периодический режим вращения. Но прежде чем перейти к результатам испытания второй модели, опишем еще результаты расчета по первой модели с добавлением к внешнему кулоновскому сопротивлению квадратичного слагаемого

$$f_1(v) = -c_1 \cdot \text{sign}(v) - c_4 \cdot v|v|. \quad (4.17)$$

При $c_4 \neq 0$ первая модель позволяет достичь установившегося режима при $c_1 \rightarrow 0$. Пунктирная линия на рис.5 соответствует расчетам при $c_4 = 0.4$. Как видно, эта квадратичная добавка к трению существенно сказывается при $c_1 < 0.4$. После локального максимума $v_c \approx 4.16$ при $c_1 \approx 0.25$ средняя скорость падает с уменьшением c_1 и достигает нуля при $c_1^* \approx 0.135$. При $c_1 < c_1^*$ инерциод в среднем движется в обратную сторону ($\bar{v} < 0$), достигая при $c_1 = 0$ значения $\bar{v} \approx -1.22$ см/с. Этот факт не удивителен. При $c_1 = 0$ работает только квадратичное слагаемое в (4.17). Расчеты [9] с таким трением всегда давали движение инерциода с $\bar{v} < 0$.

Перейдем к описанию результатов расчета по второй модели с тормозящим моментом (4.7). Для предварительного выбора параметров c_2, c_3 можно использовать точные решения динамики вращения в предположении неподвижности корпуса инерциода ($v = 0$). В этом случае изменение угловой скорости происходит только в секторах ускорения и торможения. Пусть после торможения угловая скорость $\omega = \omega_0$, а после ускорения $\omega = \omega_1$. Для определения $\omega(t)$ необходимо решить две задачи Коши:

$$\frac{d\omega}{dt} = c_2, \quad \omega(\varphi_3) = \omega_0 \quad (\varphi_3 \leq \varphi \leq \varphi_4), \quad (4.18)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -c_3\omega, \quad \omega(\varphi_1) = \omega_0 \quad (\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2). \quad (4.19)$$

Их решение дают соотношения ($\Delta\varphi_1 = \varphi_4 - \varphi_3$, $\Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$)

$$\omega_1^2 - \omega_0^2 = 2c_2 \cdot \Delta\varphi_1, \quad \omega_1 - \omega_0 = c_3 \Delta\varphi_2. \quad (4.20)$$

Эти соотношения позволяют написать явные формулы для угловых скоростей

$$\omega_0 = \frac{2c_2 \Delta\varphi_1 - (c_3 \Delta\varphi_2)^2}{2c_3 \Delta\varphi_2}, \quad \omega_1 = \frac{2c_2 \Delta\varphi_1 + (c_3 \Delta\varphi_2)^2}{2c_3 \Delta\varphi_2}. \quad (4.21)$$

Для периода вращения получается формула ($\varphi_4 = 0$)

$$T = \frac{\varphi_1}{\omega_1} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{\omega_0} + \frac{\omega_1 - \omega_0}{c_2} + \frac{\ln(\omega_1/\omega_0)}{c_3}. \quad (4.22)$$

В пределе малых значений секторов $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, разнесенных на угол π , и постоянных значениях

$$a_2 = c_2 \Delta\varphi_1, \quad a_3 = c_3 \Delta\varphi_2 \quad (4.23)$$

для периода получается простая приближенная формула

$$T \approx \pi \left(\frac{1}{\omega_0} + \frac{1}{\omega_1} \right) = \frac{8\pi a_2 a_3}{4a_2^2 - a_3^2}. \quad (4.24)$$

Перейдем к обсуждению результатов расчета при

$$\gamma = 0.3, \quad R = 0.3, \quad c_2 = 65, \quad c_3 = 10, \quad c_4 = 0 \quad (4.25)$$

и различных значениях c_1 (положение секторов ускорения и торможения соответствовало (1.1)). Для указанных параметров из формул (4.21, 4.22) следует, что $\omega_0 \approx 8.00$, $\omega_1 = 11.50$, $T \approx 0.660$ (по формуле (4.24) период примерно на 1% меньше). Расчеты показали, что действительно при больших значениях трения, когда инерциод в основном стоит, период согласуется с формулой (4.22). При малых значениях c_1 период немного меньше. Так, например, при $c_1 = 0.10$ $T \approx 0.637$ с. При средних значениях c_1 близких к $c_1 \approx 2.0$ период достигает максимального значения $T \approx 1.12$ с.

Обсудим периодические зависимости $x(\varphi)$, $v(\varphi)$, $\omega(\varphi)$, изображенные на рис.6. Характер движения $x(\varphi)$ согласуется с представленными данными изобретателя инерциодов [3]. Согласно [3] каждый такт инерциода начинается с покоя. Это не совсем так, и наиболее отчетливо это видно на зависимости скорости от угла $v(\varphi)$, — интервал с нулевой скоростью заканчивается в конце периода при $\varphi \approx 343^\circ$. Максимум x (ход вперед), равный 5.94см, соответствует $\varphi \approx 144^\circ$. После этого инерциод движется в обратную сторону (ход назад), а затем покоится в интервале φ от 246° до 343° . Максимум скорости $v \approx 68.9$ см/с достигается

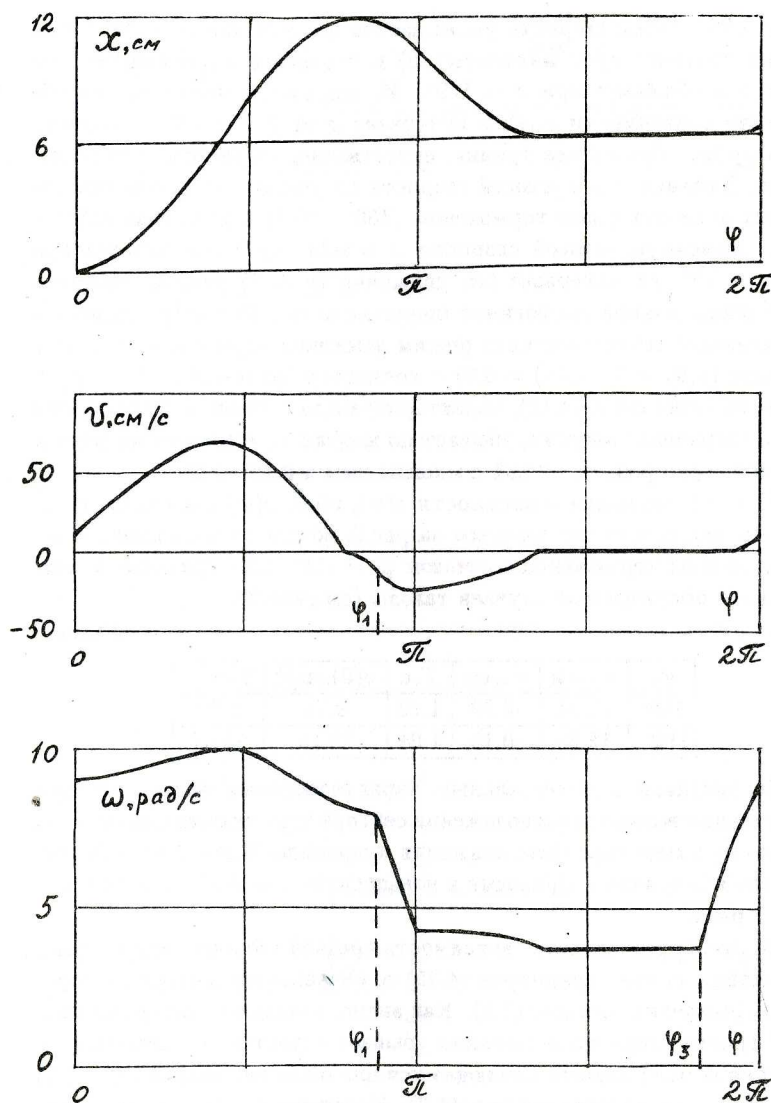


Рис.6. Зависимости $x(\varphi)$, $v(\varphi)$, $\omega(\varphi)$ в установившемся периодическом режиме для параметров (4.25) при $c_1 = 2$, $\varphi_1 = 160^\circ$ (вторая модель)

при $\varphi \approx 78^\circ$, затем скорость уменьшается до нуля при $\varphi \approx 144^\circ$ (этот момент соответствует максимуму x) и достигает наименьшего значения $v \approx -24.4 \text{ см/с}$ при $\varphi = 179^\circ$. И, как уже отмечалось при обсуждении зависимости $x(\varphi)$, в интервале φ от 246° до 343° скорость равна нулю. Увеличение трения, естественно, увеличивает этот интервал. В зависимости угловой скорости от угла отчетливо видны изменения ω на интервале торможения ($160^\circ - 180^\circ$) и ускорения ($330^\circ - 360^\circ$). Максимум угловой скорости $\omega \approx 9.98 \text{ рад/с}$ достигается при угле $\varphi \approx 79^\circ$; на интервале без движения ($v = 0$) угловая скорость имеет минимальное постоянное значение $\omega \approx 3.74 \text{ рад/с}$. Выход на обсуждаемый установившийся режим движения осуществляется за 7 периодов ($v(0) = 0$, $\omega(0) = 6.9$) с точностью до $(\text{см. (4.12)}) \epsilon = 10^{-3}$. При этом величина $de(4.11)$, характеризующая степень выполнимости закона сохранения энергии, убывает по модулю от значения на первом шаге, примерно равном -36.5% с множителем $\approx 0.19 - 0.25$.

На рис. 7 показаны зависимости $x(\varphi)$, $v(\varphi)$, $\omega(\varphi)$ для параметров, которые соответствуют таковым на рис. 6, но для оптимального положения сектора торможения с началом $\varphi_1 = 114^\circ$. Интегральные характеристики обсуждаемых случаев таковы (см. табл. 2).

Таблица 2

φ_1	$x_+, \text{см}$	$x_-, \text{см}$	$T, \text{с}$	$v(0), \text{см/с}$	$\bar{v}, \text{см/с}$
160°	11.74	-5.79	1.12	9.76	5.32
114°	12.28	-0.15	1.04	12.16	11.67

По рисункам и интегральным характеристикам видно, что при оптимальном варианте расположения сектора торможения значительно уменьшена вооратная фаза движения инерционда. Именно это обстоятельство в основном и приводит к повышению средней скорости более чем в 2 раза.

На рис. 8 представлена зависимость средней скорости инерционда $\bar{v}$ от величины c_1 для параметров (4.25) со значениями секторов ускорения и торможения согласно (1.1). Как видно, в широком интервале значений трения скорость монотонно убывает с ростом c_1 . Отличия от монотонной зависимости наблюдаются для областей малых ($c_1 < 0.3$) и больших значений трения ($c_1 > 11.3$). Максимум $\bar{v} \approx 18.51 \text{ см/с}$ достигается при $c_1 \approx 0.33$; при $c_1 \rightarrow 0$ $\bar{v} \rightarrow \approx 17.4 \text{ см/с}$. Три стрелки на рис. 8 показывают увеличение $\bar{v}$ при смене фиксированного значения начала

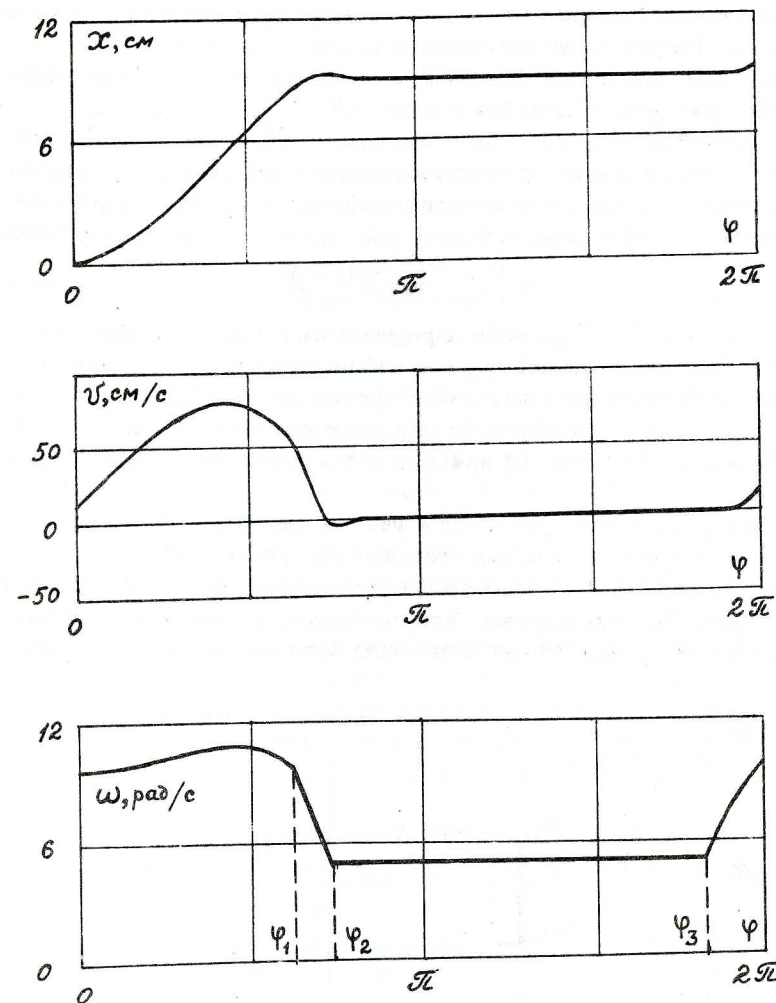


Рис. 7. Зависимости $x(\varphi)$, $v(\varphi)$, $\omega(\varphi)$ в установившемся периодическом режиме для параметров (4.25) при $c_1 = 2$, $\varphi_1^* = 114^\circ$ (вторая модель)

сектора торможения $\varphi_1 = 160^\circ$ на оптимальное φ_1^* . Оптимальное значение начала сектора торможения оказалось зависящим от величины трения. Так, оптимальные значения φ_1^* для значений $c_1 = 2, 3, 4$ соответственно равны $114^\circ, 105^\circ, 136^\circ$, а соответствующие коэффициенты увеличения средней скорости $\approx 2.19, 1.77, 1.11$.

Коснемся вопросов эффективности инерцопдов как двигателей. Совершенно очевидно, что при возвратном и остановочном движении инерцопд не может иметь высокого коэффициента полезного действия. Определим коэффициент полезного действия инерцопда как отношение

$$\eta = \frac{\bar{v}}{v_*}, \quad v_* = \frac{\gamma R^2 c_2 \Delta \varphi_1}{c_1 T}. \quad (4.26)$$

Скорость v_* в этой формуле определена из условия, что вся энергия ΔE_1 (4.8), выделяющаяся при увеличении угловой скорости грузиков, идет на преодоление кулоновского трения. Для $\bar{v}$, представленной на рис.8, величина η меняется (в интервале c_1 от 1 до 6) от 9 до 17%. Оптимальное значение φ_1^* при $c_1 = 2$, например, увеличивает η до $\approx 26.4\%$.

Обсудим кратко результаты расчета при изменении плоскости вращения грузиков. Соответствующие уравнения (3.6')–(3.7') содержат дополнительный параметр β – угол наклона плоскости вращения грузиков. Расчеты показали, что отрицательное значение β (это соответствует движению грузиков сверху вниз при $\varphi = 0 - 180^\circ$) дают

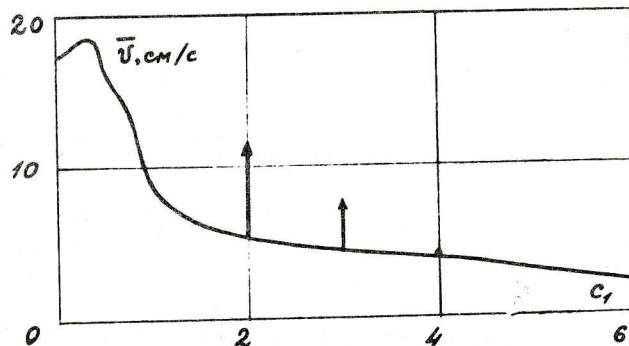


Рис.8 Зависимость средней скорости установившегося движения инерцопда от величины трения (вторая модель)

существенный эффект увеличения средней скорости $\bar{v}$ особенно при больших значениях величины кулоновского трения. Обсуждаемое увеличение $\bar{v}$ происходит за счет одновременного увеличения хода вперед и уменьшения хода назад. При одинаковом $\beta = -4^\circ$ относительное увеличение $\bar{v}$ составило $\approx 16.3\%$ при $c_1 = 0.33$ и $\approx 65\%$ при $c_1 = 1$. Расчеты были выполнены для второй модели с параметрами по (1.1), (4.25). Условия безотрывного движения инерцопда нарушались при $|\beta| = 5^\circ$. В области $|\beta| \leq 4^\circ$ добавка к средней скорости с хорошей точностью пропорциональна $-\beta$.

Результаты расчетов, представленные на рис.5,8, показывают сильную зависимость скорости инерцопда от величины трения. Причем, наряду с типичной и легко понимаемой убывлю скорости при возрастании трения, существуют области с "аномальной" зависимостью; на границе указанных областей $d\bar{v}/dc_1 = 0$. Выполненные расчеты соответствуют двухпараметрической модели трения (4.17), в которой параметр c_4 обычно полагался равным нулю. Реальные зависимости силы трения от скорости сложнее. В частности, не учтена убывь трения при возникновении движения (область малых значений скорости). Согласно данным [3] трение качения в 3–4 раза меньше трения покоя. Учет этого факта потребует добавления в (4.17) как минимум еще одного параметра.

Выполненные расчеты показывают, что вторая модель, в которой учтено трение при вращении грузиков, достаточно адекватно описывает типичные особенности движения инерцопдов. Кроме того, показано, что существуют богатые возможности для определения оптимальных параметров устройств подобного типа.

Библиографический список

1. Толчин В.Н. Основные начала механики в материалистическом понимании. Пермь, 1968. С.114.
2. Толчин В.Н. Искусственная точка опоры и одноктактный инерцопд/НТО СССР. 1969. N 12. С.22–24.
3. Толчин В.Н. Инерцопд (силы инерции как источники поступательного движения). Пермь: Перм. кн. изд-во, 1977. 99 с.
4. Деринг Г., Черных В. Инерцопд инженера Толчина//Урал. 1969. N 7. С.108–120.
5. Деринг Г. Честь борьбы (документальная повесть)//Уральский следопыт. 1971. N 9. С.10–20; N 10. С.39–51.

6. Черных В. Так существует ли инерционд? (6 лет спустя)//Урал. 1976. N 10. С.140—149.

7. Инерционд инженера Толчина (отклики, комментарии)//Урал. 1970. N 5. С.113—119.

8. Возможно ли движение без опоры? Эксперименты, которые надо объяснять. Силой волн — к звездам // Техн. молодежи. 1969. N 4. С.28—31; N 6. С.16—19; Китайгородский А. Безумные идеи — глупые идеи // Там же. 1970. N 10. С.24—27; Казакевич В. Под гипнозом предубежденности // Там же. 1973. N 8. С.16—18; N 9. С.8—9; Игра в "инерционду" // Там же. 1974. N 3. С.25—26; Гуля Н.В. Инерционды без инерции. Некролог по инерционду // Там же. 1979. N 3. С.17—19.

9. Жуховицкий Е.М., Тарунин Е.Л., Шапошников И.Г. К теории инерционда//Учен. зап. Перм. ун-та. 1972. N 257. С.89—98.

10. Геронимус Я.А. Попытки опровергнуть законы классической механики//Теоретическая механика: Очерки об основных положениях. М.: Наука, 1973. С.487—490.

11. Могильнер А.И. Интегрирование уравнений движения инерционда. М., 1980. Деп. ВИНТИ, N 3368—80.

12. Гуля Н.В. История одного заблуждения//Юный техник. 1981. N 1. С.63—65.

13. Гуля Н.В. Инерционные "химеры"//Инерция. М.: Наука, 1982. С.144—150.

14. Александров А. Кажущиеся очевидности и мнимые парадоксы (как распознать вечный двигатель) // Изобретатель и рационализатор. 1985. N 7.

15. А.с. 1029219 СССР с приоритетом от 05.06.80. Прибор для демонстрации движения центра масс механической системы по инерции. Сметанников Е.С.(СССР).

16. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов.Энциклопедия, 1960. Т. 2.

17. Шипов Г.И. Теория физического вакуума (новая парадигма). М., 1993. 362 с.

18. Шипов Г.И. Об использовании вакуумных полей кручения для перемещения механических систем. М., 1991. 50 с.

19. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по высшей математике. М.: Изд-во техн.-теор. лит. 1955. 608 с.

20. Грандштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963.

21. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. М., 1963. 472 с.

22. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебания. М., 1959.

23. Камышов В. Авто вавут инерционд//Свет. 1993. N 12. С.12—14.

24. Лебедев Н.Ф. Инерционд В.Н. Толчина. Письмо редактору журнала "Свет" В.И. Захаренкову//Свет. 1994. N 4.